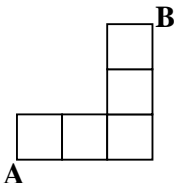




(لصفاً پیش از شروع، صفحه اول پاسخنامه را با دقت مطالعه نمائید)

۱- یک عدد طبیعی را جالب گوئیم هر گاه از قرار دادن یک عدد مضرب ۵ در سمت راست یک عدد مضرب ۳ به دست آید. تعداد اعداد ۴ رقمی جالب را بیابید. [۳ امتیاز]

۲- متحرکی می‌خواهد از نقطه A به نقطه B برود به طوری که روی خطوط حرکت کند و از هیچ نقطه‌ای ۲ بار عبور نکند این حرکت به چند روش ممکن است؟ [۲ امتیاز]



۳- با ۴۰ کارت که با اعداد ۱ تا ۴۰ شماره‌گذاری شده‌اند بازی زیر را طراحی می‌کنیم: دو کارت از رو به ترتیب به زیر کارت‌ها منتقل می‌کنیم و کارت سوم را به روی زمین می‌گذاریم و دوباره به طور مشابه کارت چهارم را به زیر کارت‌ها، سپس کارت پنجم را به زیر کارت‌ها و کارت ششم را روی زمین می‌گذاریم. شخصی که کارت‌هایش از شماره ۱ تا ۴۰ مرتب شده باشد برنده است، کارت‌ها را طوری بچینید که برنده بازی شوید. [۵ امتیاز]

۴- چند زیر مجموعه از مجموعه  $\{1, 2, \dots, 6\}$  شامل دو عضو متوالی است؟ [۲ امتیاز]

۵- اگر  $\frac{x^2 y^2 z^2}{(x+y)(x+z)(y+z)} = 14000$  و  $\frac{xy}{x+y} = \frac{yz}{y+z}$  و  $\frac{xz}{x+z} = \frac{yz}{y+z}$  مقدار  $x$  را بیابید. [۳ امتیاز]

۶- تمام اعداد حقیقی نامنفی  $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$  را به گونه‌ای بیابید که مجموع آنها ۹۶ و مجموع مربعات آنها ۱۴۴ و مجموع مکعبات آنها ۲۱۶ باشد. [۴ امتیاز]

۷- اگر  $BD, AC$  دو پاره خط متقاطع باشند و برای هر نقطه دلخواه صفحه مانند  $M$  داشته باشیم.  $MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$  ثابت کنید  $ABCD$  مستطیل است. [۴ امتیاز]

۸- نقطه‌های  $P$  و  $Q$  و  $R$  به ترتیب بر اضلاع  $BC$  و  $AC$  و  $AB$  از مثلث  $ABC$  قرار دارند ثابت کنید اگر عمودهای اخراجی از این نقاط بر اضلاع، هم‌رس باشند داریم:

$$BP^2 + CQ^2 + AR^2 = CP^2 + AQ^2 + BR^2$$

[۴ امتیاز]