



(لصفاً پیش از شروع، صفحه اول پاسخنامه را با دقت مطالعه نمائید)

۱- زمین مستطیل شکلی با طول و عرض ۱۸ و ۱۵ را با کاشی‌های مستطیل شکل با ابعاد صحیح می‌پوشانیم تعداد کاشی‌های لازم چه اعدادی می‌تواند باشد. [۲ امتیاز]

۲- یک عدد طبیعی را جالب گوئیم هر گاه از قراردادن یک عدد مضرب ۵ در سمت راست یک عدد مضرب ۳ به دست آید. تعداد اعداد ۴ رقمی جالب را بیابید. [۳ امتیاز]

۳- معادله‌ی $|2x| + |3y| = 102$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح چند دسته جواب دارد؟ [۲ امتیاز]

۴- چند زیر مجموعه از مجموعه $\{1, 2, \dots, 6\}$ شامل دو عضو متوالی است؟ [۳ امتیاز]

۵- اگر $\frac{x^2 y^2 z^2}{(x+y)(x+z)(y+z)} = 1000$ و $\frac{xy}{x+y} + \frac{xz}{x+z} + \frac{yz}{y+z}$ مینیمم باشد x را بیابید. [۳ امتیاز]

۶- با ۴۰ کارت که با اعداد ۱ تا ۴۰ شماره‌گذاری شده‌اند بازی زیر را طراحی می‌کنیم: دو کارت از رو به ترتیب به زیر کارت‌ها منتقل می‌کنیم و کارت سوم را به روی زمین می‌گذاریم و دوباره به طور مشابه کارت چهارم را به زیر کارت‌ها، سپس کارت پنجم را به زیر کارت‌ها و کارت ششم را روی زمین می‌گذاریم. شخصی که کارت‌هایش از شماره ۱ تا ۴۰ مرتب شده باشد برنده است، کارت‌ها را طوری بچینید که برنده بازی شوید. [۶ امتیاز]

۷- نقطه P داخل مثلث ABC چنان است که مساحت مثلث‌های PAB, PCA, PBC با هم برابرند ثابت کنید P مرکز ثقل (محل تلاقی سه میانه) مثلث ABC است. [۴ امتیاز]

۸- اگر نقطه M در صفحه مستطیل $ABCD$ باشد ثابت کنید:

$$MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$$

[۴ امتیاز]